

文章编号: 1000-8055(2009)12-2796-06

基于带漂移的布朗运动的民用航空发动机 实时性能可靠性预测

任淑红, 左洪福, 白 芳
(南京航空航天大学 民航学院, 南京 210016)

摘 要: 以民用航空发动机为研究对象, 运用性能退化可靠性理论和随机过程方法, 对发动机的可靠性进行了研究. 通过分析发动机性能退化过程, 建立了基于带漂移的布朗运动的可靠性模型, 利用布朗运动特性研究了基于当前状态的退化时间预测方法, 实例证明, 该方法可操作性强, 易于工程实现, 为航空公司进行发动机机队科学管理提供了基础.

关 键 词: 可靠性; 带漂移的布朗运动; 退化时间预测; 民航发动机; 性能衰退
中图分类号: V37. 1 **文献标识码:** A

Real-time performance reliability prediction for civil aviation engines based on Brownian motion with drift

REN Shu-hong, ZUO Hong-fu, BAI Fang
(College of Civil Aviation,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: This paper studied the civil aviation aircraft engine. The reliability of the engine has been studied by the performance degradation theory and stochastic process methods. Firstly, the reliability model based on Brownian motion with drift was built by analyzing the performance degradation process of the engine. Then, the degradation-time prediction method for current degradation signals was developed by using the characteristic of Brownian motion. These models were applied to practical situations. It is shown that the proposed methods are feasible and the prediction accuracy meets the needs of the project. Also, it provides a foundation for scientific management of engine fleet of airlines.

Key words: reliability; Brownian motion with drift; degradation-time prediction;
civil aviation aircraft engine; performance degradation

发动机规定完成的功能是由其性能参数表征的, 并且动态环境对发动机的影响也体现在性能参数的变化上, 很多情况下, 性能衰退是发动机下发的主要原因之一. 传统的可靠性分析仅记录失效时间, 在建模分析过程中并没有考虑发动机

性能退化过程中所包含的信息, 而发动机性能退化过程中包含着大量可信、精确而又有用的与发动机退化超限导致下发有关的关键信息, 所以从发动机性能参数的变化着手, 通过对表征发动机功能的某些量进行连续测量, 取得退化数据, 利用

收稿日期: 2008-11-26; 修订日期: 2009-03-24

基金项目: 国家自然科学基金委员会与中国民用航空总局联合资助(60672164, 60939003);
国家高技术研究发展计划(2006AA04Z427)

作者简介: 任淑红(1978-), 女, 山东平原人, 博士生, 主要从事航空发动机可靠性与维修管理方面的研究.
E-mail: rshh4713@126.com

退化数据对发动机功能的退化过程进行分析,就可以对发动机的可靠性做出评定.利用性能退化数据进行可靠性分析是一个有重要意义的课题,这种分析方法可以解决传统可靠性与工程实际不相适应的问题.

随着航空发动机使用时间的增加,性能衰退主要表现为发动机起飞 EGTM(exhaust gas temperature margin,简称排气温度裕度)减少,起飞排气温度裕度定义为取证的 EGT(exhaust gas temperature,简称排气温度)限制值和在海平面机场拐点温度下全功率起飞时的排气温度峰值之差.

一般,对于航空公司而言,排气温度裕度是发动机换发的主要参考依据之一,即当排气温度裕度衰退到其阈值时,便会下发.因此,可以通过分析排气温度裕度的衰退,来评估发动机的可靠性.产品性能退化是在外力的不断作用下,内部材料逐渐变化的结果,由于环境外力、内部材料的随机性,产品在某一时刻的性能退化量也是随机的,因此,可利用一些随机过程模型来描述产品的性能退化.

Doksum 和 Hoyland(1992)提出了逆高斯寿命模型,利用极大似然估计方法对加速压力实验的组件数据进行估计,其中,累积衰退过程被看作一个带漂移的 Wiener 过程,扩散系数随压力水平的不同而变化^[1].Whitmore(1995)也将退化过程看作 Wiener 过程,并且考虑了测量误差^[2].同样,Whitmore 和 Schenkelberg(1997)利用加速实验的退化数据建立了 Wiener 过程模型,在时间和压力转变时,给出了一种估计参数的方法;并将其应用于自控温加热电缆中^[3].Lu 等(2001)给出了具有多故障模式的系统得性能可靠性预测方法,利用时序预测给出了性能参数的联合密度函数,然后利用联合密度函数得到可靠性函数,用来预测系统可靠性,作者将其应用到一个具有两个失效点的坐标定位系统^[4].Lu 等(2001)还提出了一个部件实时条件性能可靠性评估方法,采样测量被视为一个随机过程的实现,利用指数平滑建立性能变量的条件分布;作为一个例子,作者确定了刀具磨损的条件可靠性^[5].

通过以上介绍可知,其研究大都集中在性能可靠性评估方法上,但对于航空公司而言,它不仅关心整个发动机机队的性能可靠性分布规律,而且更关注单台发动机在当前状态下,还可以在翼的时间即退化超限时间,以此为依据,实现发动机

机队的科学管理.因此,本文主要针对航空发动机性能衰退规律,研究建立了航空发动机实时性能可靠性预测模型;同时,以此为基础给出了航空发动机基于当前性能状态的退化超限时间预测方法;最后,将此方法应用于实例,说明了方法的有效性和实用性.

1 基于带漂移的布朗运动的航空发动机实时性能可靠性预测

1.1 带漂移的布朗运动

布朗运动(也称为 Brown 运动)研究的是微粒在液体表面无规则运行的过程,如果设 $B(t)$ 表示 t 时刻微粒的坐标, $B(0) = 0$. 设 $t > s$, 则位移 $B(t) - B(s)$ 是许多相互独立的微小位移之和,由中心极限定理,应服从正态分布,根据布朗运动的特性,有 $E[B(t) - B(s)] = 0$, 而方差与 $t - s$ 成正比,即 $D[B(t) - B(s)] = \sigma^2(t - s)$, 因此, $B(t) - B(s) \sim N[0, \sigma^2(t - s)]$. 如果 $\sigma = 1$, 则称之为标准布朗运动.

布朗运动是具有下述性质的随机过程:

- 1) (正态增量) $B(t) - B(s) \sim N[0, \sigma^2(t - s)]$.
- 2) (独立增量) $B(t) - B(s)$ 独立于过程的过去状态 $B(u), 0 \leq u \leq s$.
- 3) (路径的连续性) $B(t), t \geq 0$ 是 t 的连续函数.
- 4) (Markov 性) $B(t + s)$ 在给定条件 $F_t (F_t = \sigma\{B(u), 0 \leq u \leq t\})$ 下的分布与给定条件 $B(t)$ 下的分布是一致的,即连续的 Markov 过程 $\{X\}$ 的转移概率定义为在时刻 s 过程处于状态 x 的条件下,过程在时刻 t 的分布函数: $P(y, t, x, s) = P\{X(t) \leq y | X(s) = x\}$; 在布朗运动的情况下,这一分布函数是正态的

$$P(y, t, x, s) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi(t-s)}} e^{-\frac{(u-x)^2}{2(t-s)}} du$$

设 $B(t), t \geq 0$ 是布朗运动, 称 $\{X(t) = \mu t + B(t)\}$ 为带漂移的布朗运动, 其中常数 μ 称为漂移系数.

对于文中所提到的其他术语和性质可以参考文献[6].

1.2 航空发动机实时性能可靠性预测模型实现

1.2.1 基于带漂移的布朗运动的航空发动机实时性能可靠性预测

发动机 t 时刻的性能退化量 $X(t)$ 是服从某

一分布的随机变量,因此过程 $\{X(t); t \geq 0\}$ 是一个随机过程, t 时刻发动机是否发生退化超限是通过判定退化量 $X(t)$ 与超限阈值 L 的大小关系来确定的,即利用 t 时刻的概率 $P\{X(t) \leq L\}$ 给出.实际上根据退化超限的定义,发动机的退化超限时间 T 是退化量 $X(t)$ 首次达到超限阈值 L 的时间,因此研究发动机的退化超限模型可以通过研究随机过程 $\{X(t); t \geq 0\}$ 对超限阈值 L 的首达时分布给出.分析连续损伤累积退化超限问题时,比较合理且相对容易处理的方式是直接利用随机过程分析发动机的退化过程.

假设发动机是被“修复如新”的,即:同一型号发动机送修返回后,排气温度裕度值恢复到同一值 S ,且阈值为 L ;由于排气温度裕度值是随着时间增加而衰退的,所以有 $L < S$.令 $X(t)$ 表示 t 时刻的排气温度裕度值,此时, $X(0) = S$;通过数据分析可知,由于环境及个体特性的差异,各发动机个体间性能值差距会越来越大,呈喇叭口状.因此我们可以假设随机过程 $\{X(t), t \geq 0\}$ 为带漂移的布朗运动,即 $X(t) = S + \mu t + \sigma B(t)$,其中 μ 和 σ 为未知参数, $B(t)$ 为一维标准布朗运动,即 $B(t) \sim N(0, t)$;又 $E[X(t)] = S + \mu t$, $D[X(t)] = \sigma^2 t$,所以 $X(t)$ 是服从均值为 $S + \mu t$,方差为 $\sigma^2 t$ 的正态分

布,即 $X(t) \sim N(S + \mu t, \sigma^2 t)$.

定理1: $\forall S > 0, L < S$ 有

$$P\{T > t\} = \Phi\left[\frac{\mu t + S - L}{\sigma\sqrt{t}}\right] - \exp\left[-\frac{2\mu(S-L)}{\sigma^2}\right] \Phi\left[\frac{\mu t - (S-L)}{\sigma\sqrt{t}}\right] \quad (1)$$

其中 T 表示排气温度裕度值首次达到超限阈值 L 的时刻, S 含义同上.

证明:根据退化超限的定义,发动机的超限时间为排气温度裕度值首次达到超限阈值 L 的时刻,即

$$T = \inf\{t \mid X(t) = L, t \geq 0\}$$

令

$$P\{T > t\} = P\{\forall \tau: 0 \leq \tau \leq t, X(\tau) > L\}$$

且 $\sigma[B(t)]$ 表示由随机变量 $B(t)$ 所生成的 σ 域,由Siegmund(1986)^[7]知

$$P\{B(t) \geq b + at, \exists t < \tau, B(\tau) = \xi\} = \exp\left[-\frac{2b(b+a\tau-\xi)}{\tau}\right] \quad (2)$$

再由文献[8]以及布朗运动的正交性 $\{W(t) = B(t), t > 0\}$ 仍是一维标准布朗运动,因此可得

$$\begin{aligned} P\{T > t\} &= P\{\forall \tau: 0 \leq \tau \leq t, X(\tau) > L\} = \\ &P\{\forall \tau: 0 \leq \tau \leq t, S + \mu\tau + \sigma B(\tau) > L\} = \\ &P\left\{\forall \tau: 0 \leq \tau \leq t, -B(\tau) < \frac{\mu\tau + S - L}{\sigma}\right\} = \\ &P\left\{\forall \tau: 0 \leq \tau \leq t, W(\tau) < \frac{\mu\tau + S - L}{\sigma}\right\} = \\ &E\left[P\left\{\forall \tau: 0 \leq \tau \leq t, -B(\tau) < \frac{\mu\tau + S - L}{\sigma}\right\} \middle| \sigma[W(t)]\right] = \\ &\int_{-\frac{\mu t + S - L}{\sigma}}^{\frac{\mu t + S - L}{\sigma}} P\left\{\forall \tau: 0 \leq \tau \leq t, W(\tau) < \frac{\mu\tau + S - L}{\sigma} \middle| W(t) = y\right\} dP_t(y) = \\ &\int_{-\frac{\mu t + S - L}{\sigma}}^{\frac{\mu t + S - L}{\sigma}} \left\{1 - \exp\left[-2\frac{S-L}{\sigma} \frac{\frac{S-L}{\sigma} + \frac{\mu}{\sigma}t - y}{t}\right]\right\} dP_t(y) = \\ &\int_{-\frac{\mu t + S - L}{\sigma}}^{\frac{\mu t + S - L}{\sigma}} \left\{1 - \exp\left[-2\frac{S-L}{\sigma} \frac{S-L + \mu t - \sigma y}{\sigma t}\right]\right\} \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} \exp\left[-\frac{y^2}{2t}\right] dy = \\ &\Phi\left[\frac{\mu t + S - L}{\sigma\sqrt{t}}\right] - \exp\left[-\frac{2\mu(S-L)}{\sigma^2}\right] \Phi\left[\frac{\mu t - (S-L)}{\sigma\sqrt{t}}\right] \end{aligned}$$

由定理1可得发动机的可靠度分布函数 $R(t)$ 和退化超限时间分布函数 $F(t)$

$$R(t) = P\{T > t\} = \Phi\left[\frac{\mu t + S - L}{\sigma\sqrt{t}}\right] - \exp\left[-\frac{2\mu(S-L)}{\sigma^2}\right] \Phi\left[\frac{\mu t - (S-L)}{\sigma\sqrt{t}}\right] \quad (3)$$

$$F(t) = P\left(T \leq t\right) = 1 - P\left(T > t\right) = 1 - \Phi\left[\frac{\mu t + S - L}{\sigma \sqrt{t}}\right] - \exp\left[-\frac{2\mu(S - L)}{\sigma^2}\right] \Phi\left[\frac{\mu t - (S - L)}{\sigma \sqrt{t}}\right] \quad (4)$$

1.2.2 基于当前性能值得退化超限时间预测

以上所得的发动机退化超限时间分布函数,反映的是整个发动机机队的退化超限时间分布规律,而对于航空公司而言,不但要掌握整个机队的退化超限时间分布规律,还要根据每台发动机当前的排气温度裕度值来预测单台发动机的下发时间.在此,我们可以利用布朗运动的 Markov 性以

及独立增量性质,得到发动机基于当前排气温度裕度值得可靠性预测模型.由于 $X(t) \sim N(S + \mu t, \sigma^2 t)$, 则 $\forall t > h$, 排气温度裕度的退化增量 $\Delta X(t, h) = X(t) - X(h)$ 有 $\Delta X(t, h) \sim N[\mu(t - h), \sigma^2(t - h)]$.

设当前时刻 h 的排气温度裕度值 $X(h) = x$ (其中 $x > L$)

$$\begin{aligned} R[t | X(h) = x] &= P[T > t | X(h) = x] = P[X(t) > L | X(h) = x] = \\ &= \frac{P[X(t) > L, X(h) = x]}{P[X(h) = x]} = \frac{P[\Delta X(t, h) > L - x, X(h) = x]}{P[X(h) = x]} = \\ &= \frac{P[\Delta X(t, h) > L - x] P[X(h) = x]}{P[X(h) = x]} = P[\Delta X(t, h) > L - x] = \\ &= 1 - P[\Delta X(t, h) \leq L - x] = 1 - \Phi\left[\frac{L - x - \mu(t - h)}{\sigma \sqrt{t - h}}\right] \end{aligned}$$

给定预测可靠度水平 α ($0 < \alpha < 1$), 计算在可靠度水平 α 下, 基于当前时刻 h , 排气温度裕度值 $X(h) = x$ (其中 $x > L$) 下, 发动机能够继续持续运行的时间 ΔT

$$\frac{L - x - \mu \Delta T}{\sigma \sqrt{\Delta T}} = M_{1-\alpha} \quad (5)$$

其中 $M_{1-\alpha}$ 可通过查表得到, 通过求解以上方程可以得到发动机的退化超限时间 ΔT .

1.2.3 模型中未知参数估计

由于 $\forall t > h, \Delta X(t, h) \sim N[\mu(t - h), \sigma^2(t - h)]$, 且带漂移的布朗运动具有独立增量特性, 因此可以利用退化增量数据获得参数 μ 和 σ 的估计值 $\hat{\mu}, \hat{\sigma}$.

设有 m 台发动机, 并在 n 个不同时刻对排气温度裕度值进行观测, 不同时刻 t_i, t_j ($t_i < t_j$) 时的排气温度裕度增量为

$$X(t_j) - X(t_i) = \mu(t_j - t_i) + \sigma[B(t_j) - B(t_i)]$$

服从正态分布 $N[\mu(t_j - t_i), \sigma^2(t_j - t_i)]$, 因此利用 m 台发动机, n 个不同时刻的排气温度裕度值 $\{x_{ij}\}$ ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$) 得到各测量时刻间的排气温度裕度增量为

$$\Delta x_{ij} = x_{ij+1} - x_{ij}$$

$$(i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n - 1)$$

利用极大似然估计进行参数估计

$$L(\mu, \sigma) = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{n-1} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi(t_{j+1} - t_j)}} \cdot \exp\left[-\frac{\Delta x_{ij} - \mu(t_{j+1} - t_j)}{2\sigma^2(t_{j+1} - t_j)}\right] \quad (6)$$

利用方程组

$$\frac{\partial \ln[L(\mu, \sigma)]}{\partial \mu} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \ln[L(\mu, \sigma)]}{\partial \sigma} = 0 \quad (8)$$

即可求得参数 μ 和 σ 的极大似然估计值 $\hat{\mu}$ 和 $\hat{\sigma}$.

2 实例分析

本文选用某航空公司 PW4000 发动机总共 14 台, 从 2002 年至 2007 年共 6 年的排气温度裕度使用数据, 进行实时可靠性预测, 如表 1, 其中前 10 台的数据用做参数估计, 后 4 台的数据用做模型检验. 在此, 我们令时刻 t 表示发动机的使用循环次数, 即 t 的单位为 cycle.

设其初始时刻 t_0 (即 $t_0 = 0$ cycle) 的排气温度裕度值为 $S = 75$, 其阈值为 $L = 0$, 则通过极大似然估计得到 μ 和 σ 的极大似然估计值 $\hat{\mu} = -0.009593, \hat{\sigma} = 0.41554$, 则发动机的可靠度函

数可表示为

$$R(t) = P\left\{ T > t \right\} =$$
$$\Phi\left(\frac{-0.009593t+75}{0.41554\sqrt{t}}\right) -$$
$$4160.364\Phi\left(\frac{-0.009593t-75}{0.41554\sqrt{t}}\right) \quad (9)$$

可靠度函数曲线如图 1 所示。
给定预测可靠度水平 $\alpha=90\%$,根据后 4 台发动机在 1000 循环时的排气温度裕度值预测其退化超限时间,并与真实退化超限时间作比较,结果如表 2.

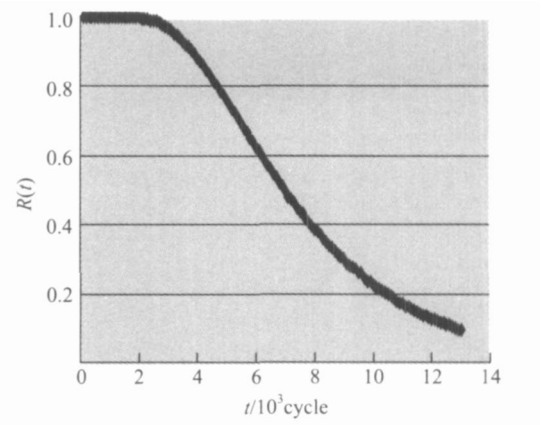


图 1 可靠度函数曲线
Fig.1 Reliability function curve

表 1 航空发动机排气温度裕度数据表
Table 1 Aero-engine exhaust gas temperature margin data table

序号	循环数								
	100	...	1000	...	3600	3700	3800	3900	4000
727462	66	...	53.6	...	15	10.4	5.8	1.2	-3.4
727746	55.8	...	41.5	...	27.8	26.5	26	26	26
727944	39	...	37	...	19.4	16.5	13.6	10.7	7.8
727769	63	...	63	...	26.7	26.5	26.3	26.1	25.9
727454	67.3	...	33.7	...	28.2	26.5	24.8	25	25
727902	65	...	51	...	51.8	34.4	34.4	34.4	29.1
727455	43.5	...	53	...	19.2	17.9	16.6	15.3	14
727747	59	...	45	...	23.1	20.1	16.8	13.5	10.2
727943	49	...	52	...	27	27	27	27	27
729022	56	...	56	...	47.8	27.8	27.8	27.8	27.8
727767	69.7	...	48	...	-0.19				
727768	61.1	...	51.9	...	13.9	12.5	6.8	-4.9	
729228	73.3	...	56	...	19.8	19	5.6	3.8	-0.6
729229	68	...	57.8	...	21.6	18.7	9.5	1.2	-3.8

表 2 结果比较
Table 2 Result compare

发动机序号	727767	727768	729228	729229
预测退化超限时间/ cycle	2328.2708	2588.9946	2868.1737	2978.4274
真实退化超限时间/ cycle	2600	2900	3000	3000
相对误差/ %	10.45	10.72	4.3	0.7
平均误差/ %		6.57		

3 结 论

通过上表可以看到,本文所给出预测方法的平均误差为 6.57%,小于工程实际要求的 10%的误差,可以很好的满足工程实际需要.本文不仅可以充分利用航空公司储存的大量性能数据信息对航空发动机的性能可靠性进行实时预测,而且进一步为航空公司提供了一种科学预测下发的方法,为航空公司进行发动机机队科学管理提供了依据.

参考文献:

[1] Doksum K, Hoyland A. Models for variable-stress accelerated life testing experiments based on Wiener processes and the inverse Gaussian distribution [J]. Technometrics, 1992, 34:74-82.

[2] Whitmore G. Estimating degradation by a Wiener diffusion process subject to measurement error [J]. Lifetime Data Analysis, 1995, 1:307-319.

[3] Whitmore G, Schenkelberg F. Modeling accelerated degrada-

tion data using Wiener diffusion with a time scale transformation [J]. Lifetime Data Analysis, 1997, 3:27-45.

[4] Lu S, Lu H, Kolarik W J. Multivariate performance reliability prediction in real-time [J]. Reliability Engineering, 2001, 72:39-45.

[5] Lu H, Kolarik W, Lu S. Real-time performance reliability prediction [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2001, 50: 353-357.

[6] 张波,张景肖. 应用随机过程 [M]. 北京:清华大学出版社,2004:160-177.

ZHANG Bo, ZHANG Jingxiao. Application stochastic process [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 160-177. (in Chinese)

[7] Siegmund D. Boundary crossing probabilities and statistical applications [J]. Ann. Statist., 1986, 14:361-404.

[8] 徐润,吕玉华. 从 x 出发的漂移 Brownian motion [J]. 数学杂志, 2005, 25(6):682-684.

XU Run, L Ü Yuhua. The distributions of extreme value for Brownian motion with positive drift starting from x [J]. Mathematics Journal, 2005, 25(6): 682-684. (in Chinese)